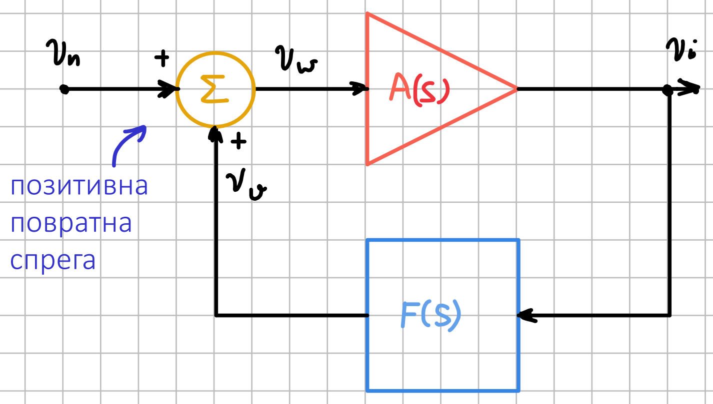
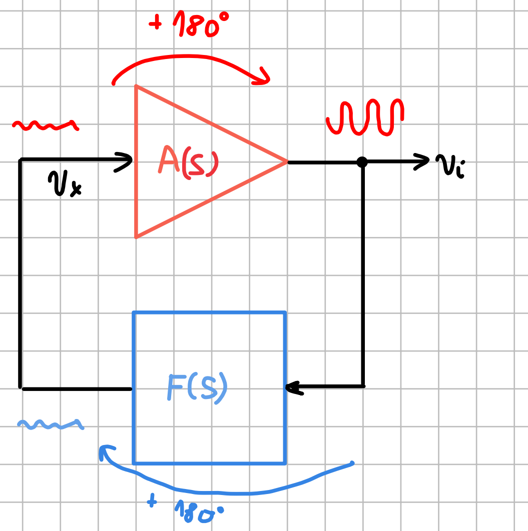
Осцилатори



$$A(s) \cdot F(s) = 1$$
$$v_n \approx 0$$
$$\Longrightarrow$$



Преносна функција кола са позитивном повратном спрегом у затвореној петљи: $\rightarrow \; A_r(s) = \frac{v_i}{v_n}(s) = \frac{A(s)}{1 - AF(s)}$

$$v_i = A(s) \cdot v_x$$
$$\underline{v_x = F(s) \cdot v_i}$$
$$v_x = A(s) \cdot F(s) \cdot v_x$$
$$v_x \left(1 - A(s) \cdot F(s)\right) = 0$$

$$AF(s) = 1 \Rightarrow A_r(s) \rightarrow \infty \Rightarrow \boxed{v_n(s) = \frac{v_i(s)}{A_r(s)} \rightarrow 0}$$

У случају да кружно појачање испуњава овај услов, појачање у затвореној петљи постаје бесконачно. Теоријски, бесконачно појачање не значи да на излазу кола можемо очекивати бесконачно велики напон већ да је могуће да се на излазу кола појави напон било које вредности иако на улазу кола није присутна побуда. Када су у оваквим колима присутни одређени елементи (углавном реактивни), коло почиње да осцилује, тј. да даје простопериодичне напоне одређене фреквенције.

Баркхаузенов услов осциловања:

$$AF(s) = 1 \overset{s \rightarrow j\omega_0}{\Longrightarrow} \left.\begin{aligned} Re\{AF(j\omega_0)\} &= 1 \\ Im\{AF(j\omega_0)\} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

На фреквенцији осциловања (ω_0), реални део функције кружног појачња је једнак јединици, а имагинарни је једнак нули.

или:

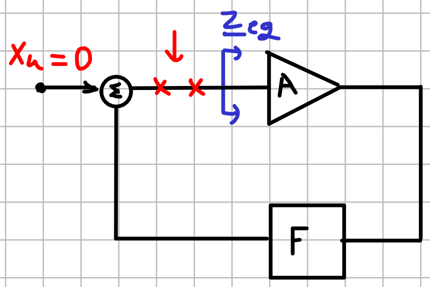
$$\left.\begin{aligned} |AF(j\omega_0)| &= 1 \\ \varphi(\omega_0) &= 0^\circ \end{aligned}\right\}$$

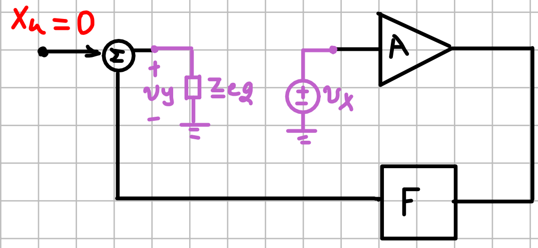
На фреквенцији осциловања (ω_0), модуо кружног појачња је једнак јединици, а фазни померај је једнак нули, или уопштено целобројном умношку од 360°

Када одредимо кружно појачање кола, можемо применити Баркхаузенов услов како бисмо одредили фреквенцију осциловања или вредности неких елемената кола тако да је на тој фреквенцији могуће добити осцилације.

Анализа кружног појачања:

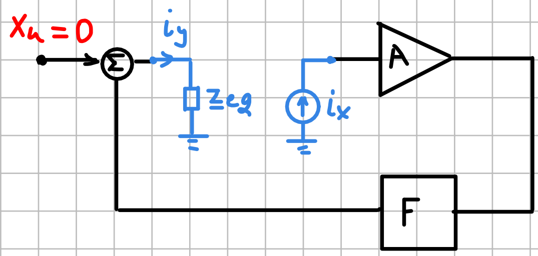
Са одређивањем улазне импедансе:





$$\boxed{AF(s) = \frac{v_y}{v_x}}$$

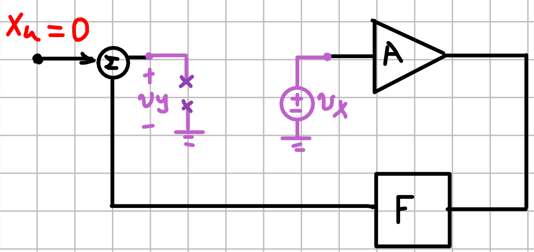
или:



$$\boxed{AF(s) = \frac{i_y}{i_x}}$$

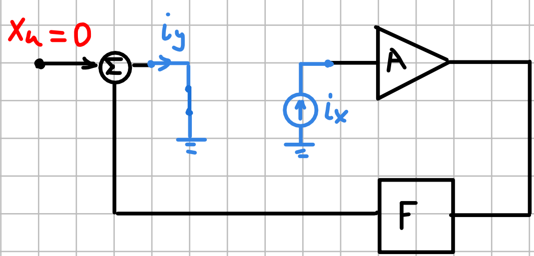
- Искључујемо улазни сигнал из кола (постављамо улазни напон или струју на нулу)
- Прекидамо петљу
- Доводимо тестну побуду на месту прекида (напонску или струјну)
- На други крај прекида везујемо улазну импедансу која се види из места прекида
- Посматрамо одзив на другом крају прекида - напон или струју у зависности од избора побуде
- Однос одзива и побуде нам даје кружно појачање

Без одређивања улазне импедансе:



$$AF_v(s) = -\frac{v_y}{v_x}$$

и:

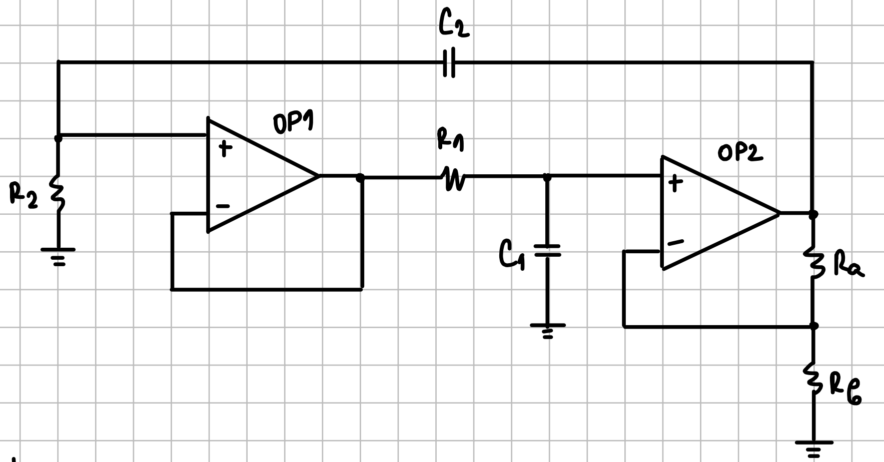


$$AF_i(s) = -\frac{i_y}{i_x}$$

$$\boxed{\frac{1}{AF(s)} = \frac{1}{AF_v(s)} + \frac{1}{AF_i(s)}}$$

- Искључујемо улазни сигнал и прекидамо петљу
- Доводимо напонску тестну побуду на месту прекида да бисмо добили напонско кружно појачање ($AF_v(s)$)
- Доводимо струјну тестну побуду на месту прекида да бисмо добили струјно кружно појачање ($AF_i(s)$)
- Укупно кружно појачање добијамо према датом изразу.

Пр. 1.



Познато је: R_1, R_2, C_1, C_2

ОП су идеални

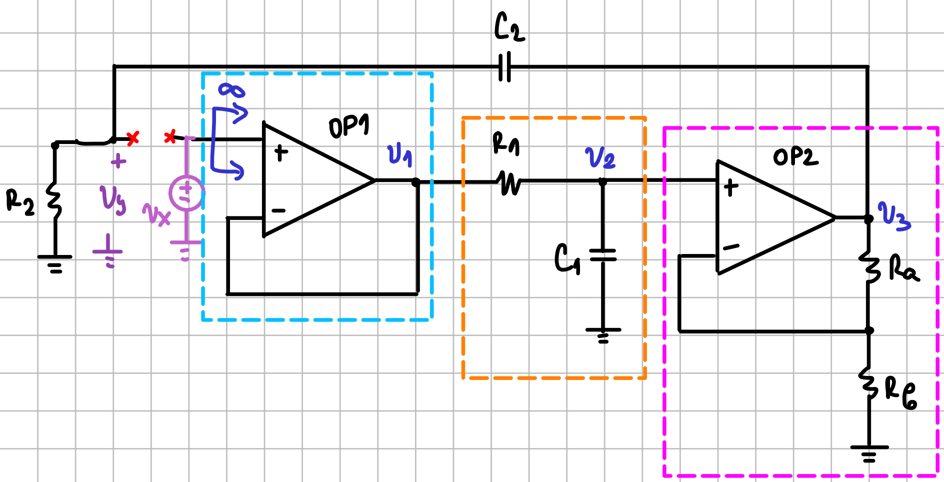
Одредити:

а) $AF(s)$ - израз за кружно појачање

б) ω_0 - фреквенцију осциловања

в) Услов који морају испунити отпорности R_a и R_b тако осцилације могу наступити

а)



$$AF(s) = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_y}{v_3} \cdot \frac{v_3}{v_2} \cdot \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{v_1}{v_x}$$

$$\frac{v_y}{v_3} = \frac{R_2}{\frac{1}{sC_2} + R_2} = \frac{sR_2C_2}{1 + sR_2C_2}$$

$$\frac{v_3}{v_2} = 1 + \frac{R_a}{R_b}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{1}{sC_1}}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} = \frac{1}{1 + sR_1C_1}$$

$$\frac{v_1}{v_x} = 1 \quad (v_1 = v_x)$$

$$\boxed{AF(s) = \frac{sR_2C_2}{1 + sR_2C_2} \cdot \left(1 + \frac{R_a}{R_b}\right) \cdot \frac{1}{1 + sR_1C_1} \cdot 1}$$

б)

$$AF(s) = \left(1 + \frac{R_a}{R_b}\right) \cdot \frac{sR_2C_2}{(1 + sR_2C_2) \cdot (1 + sR_1C_1)} = \left(1 + \frac{R_a}{R_b}\right) \cdot \frac{sR_2C_2}{1 + s(R_1C_1 + R_2C_2) + s^2 R_1R_2C_1C_2}$$

$s \to j\omega$

$$\boxed{\begin{array}{llll} j^2 = -1, & j^3 = -j, & j^4 = 1, \ldots, & \frac{1}{j} = -j \\ s^2 = -\omega^2 & s^3 = -j\omega^3 & s^4 = \omega^4, \ldots, & \frac{1}{s} = \frac{1}{j\omega} = -j \cdot \frac{1}{\omega} \end{array}}$$

$$AF(j\omega) = \left(1 + \frac{R_a}{R_b}\right) \cdot \frac{j\omega R_2C_2}{1 + j\omega(R_1C_1 + R_2C_2) - \omega^2 R_1R_2C_1C_2}$$

$$\omega = \omega_0 \Rightarrow Im\{AF(j\omega_0)\} = 0$$

$$AF(j\omega_0) = \left(1 + \frac{R_a}{R_b}\right) \cdot \frac{\cancel{j}\omega_0 R_2C_2}{1 + \cancel{j}\omega_0(R_1C_1 + R_2C_2) - \omega_0^2 R_1R_2C_1C_2}$$

$= 0$

$$1 - \omega_0^2 R_1R_2C_1C_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}, \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}}$$

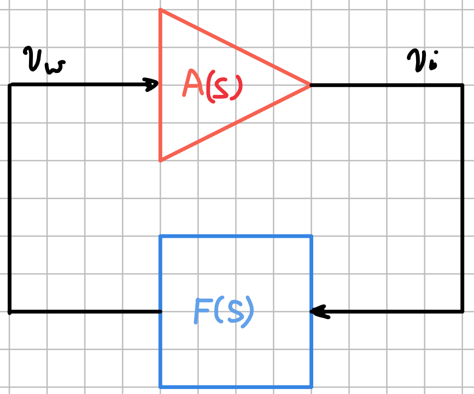
b)

$$\mathrm{Re}\{AF(j\omega_0)\} = 1$$

$$1 - \omega_0^2 R_1 R_2 C_1 C_2 = 0 \Rightarrow AF(j\omega_0) = \left(1 + \frac{R_a}{R_b}\right) \cdot \frac{\cancel{j\omega_0} R_2 C_2}{\cancel{j\omega_0}(R_1 C_1 + R_2 C_2)} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{R_a}{R_b} = \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2}{R_2 C_2} - 1 = \frac{R_1 C_1}{R_2 C_2} \Rightarrow \boxed{\frac{R_a}{R_b} = \frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}}$$

Одређивање услова осциловања помоћу детерминанте система



$$v_i = A(s) \cdot v_w$$
$$v_w = F(s) \cdot v_i$$

$$-A(s) \cdot v_w + v_i = 0$$
$$v_w - F(s) \cdot v_i = 0$$

$$\boxed{\Delta(s) = \begin{vmatrix} -A(s) & 1 \\ 1 & -F(s) \end{vmatrix} = (-A(s)) \cdot (-F(s)) - 1 \cdot 1 = AF(s) - 1}$$

$$\Delta_i(s) = \begin{vmatrix} -A(s) & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \qquad \Delta_w(s) = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -F(s) \end{vmatrix} = 0$$

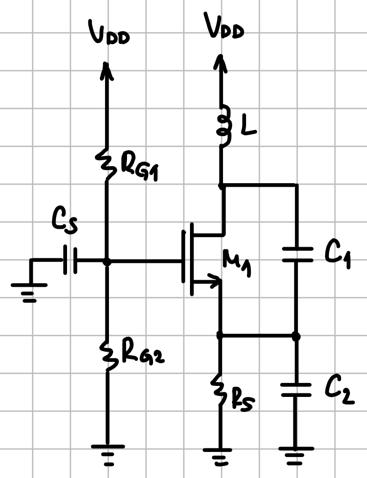
$$v_i = \frac{\Delta_i(s)}{\Delta(s)} = \begin{cases} 0, & \text{ако је } \Delta(s) \neq 0 \\ \neq 0, & \text{ако је } \Delta(s) = 0 \end{cases} \qquad v_w = \frac{\Delta_w(s)}{\Delta(s)} = \begin{cases} 0, & \text{ако је } \Delta(s) \neq 0 \\ \neq 0, & \text{ако је } \Delta(s) = 0 \end{cases}$$

Види се да сигнали v_w и v_i могу постојати само ако је детерминанта система једнака нули. Пошто постоји веза између детерминанте система и кружног појачања, кружну фреквенцију осциловања и услов осциловања можемо одредити и помоћу детерминанте система.

$$\Delta(s) = AF(s) - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathrm{Re}\{\Delta(s)\} = 0, \quad \mathrm{Im}\{\Delta(s)\} = 0}$$

Довољно је да за дато коло напишемо систем једначина (нпр. по методу потенцијала чворова), одредимо детерминанту система и потом је изједначимо са нулом. Детерминаната ће бити функција комплексне фреквенције, па ће и њени реални и имагинарни делови бити једнаки нули на фреквенцији осциловања. Из ова два услова одређујемо фреквенцију и услов осциловања .

Пр. 2.

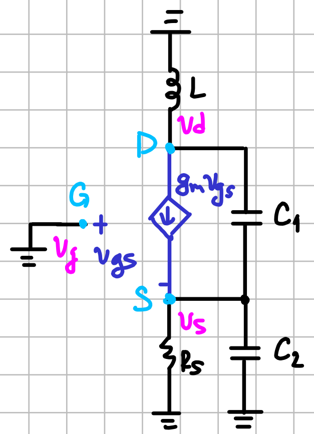


Познато је: $R_{G1}, R_{G2}, L, C_1, C_2, R_S$
$C_S \to \infty, \quad r_o \to \infty$

а) Одредити фреквенцију осциловања – f_0

б) Вредност транскондуктансе транзистора (g_m) при којој наступају осцилације

а)



$$S: \frac{v_s}{R_S} + sC_2 v_s + sC_1(v_s - v_d) - g_m v_{gs} = 0$$

$$D: \frac{v_d}{sL} + sC_1(v_d - v_s) + g_m v_{gs} = 0$$

$$M_1: v_{gs} = \cancel{v_g}^{\,0} - v_s = -v_s$$

$$S: \left(\frac{1}{R_S} + sC_2\right) v_s + sC_1 v_s - sC_1 v_d + g_m v_s = 0$$

$$D: \frac{v_d}{sL} + sC_1 v_d - sC_1 v_s - g_m v_s = 0$$

$$S: \left(\frac{1}{R_S} + sC_2 + sC_1 + g_m\right) v_s - sC_1 \cdot v_d = 0$$

$$D: (-g_m - sC_1) \cdot v_s + \left(sC_1 + \frac{1}{sL}\right) \cdot v_d = 0$$

$$\Delta(s) = \begin{vmatrix} \frac{1}{R_S} + s(C_1 + C_2) + g_m & -sC_1 \\ -g_m - sC_1 & sC_1 + \frac{1}{sL} \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta(s) = \left[\frac{1}{R_S} + s(C_1 + C_2) + g_m\right] \cdot \left[sC_1 + \frac{1}{sL}\right] - (-sC_1) \cdot (-g_m - sC_1) =$$

$$= \frac{sC_1}{R_S} + \frac{1}{sR_SL} + s^2 C_1(C_1 + C_2) + \frac{C_1 + C_2}{L} + \cancel{g_m sC_1} + \frac{g_m}{sL} - \cancel{g_m sC_1} - s^2 C_1^2 =$$

$$= s^2\left[C_1(C_1 + C_2) - C_1^2\right] + s\frac{C_1}{R_S} + \frac{C_1 + C_2}{L} + \frac{1}{s}\left[\frac{1}{R_S \cdot L} + \frac{g_m}{L}\right]$$

$$= \boxed{s^2 \cdot C_1 C_2 + s \cdot \frac{C_1}{R_S} + \frac{C_1 + C_2}{L} + \frac{1}{sL}\left(\frac{1}{R_S} + g_m\right)}$$

$$s \to j\omega \Rightarrow \Delta(j\omega) = -\omega^2 C_1 C_2 + j\omega\frac{C_1}{R_S} + \frac{C_1 + C_2}{L} - j\frac{1}{\omega L}\left(\frac{1}{R_S} + g_m\right)$$

$$= -\omega^2 C_1 C_2 + \frac{C_1 + C_2}{L} + j\left[\omega\frac{C_1}{R_S} - \frac{1}{\omega L}\left(\frac{1}{R_S} + g_m\right)\right]$$

$$\omega = \omega_0 \Rightarrow \quad Re\{\Delta(j\omega_0)\} = 0$$
$$Im\{\Delta(j\omega_0)\} = 0$$

a)

$$Re\{\Delta(j\omega_0)\} = -\omega_0^2 C_1 C_2 + \frac{C_1+C_2}{L} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{L} \cdot \frac{C_1+C_2}{C_1 \cdot C_2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L} \cdot \frac{C_1+C_2}{C_1 \cdot C_2}} \approx \cdots}$$

b)

$$Im\{\Delta(j\omega_0)\} = \omega_0 \cdot \frac{C_1}{R_S} - \frac{1}{\omega_0 L}\left(\frac{1}{R_S} + g_m\right) = 0$$

$$g_m = ?$$

$$g_m = \omega_0 L \cdot \omega_0 \cdot \frac{C_1}{R_S} - \frac{1}{R_S} = \frac{\omega_0^2 L C_1}{R_S} - \frac{1}{R_S} = \frac{1}{R_S}\left(\omega_0^2 L C_1 - 1\right)$$

$$\omega_0^2 L C_1 = \frac{1}{\cancel{L}} \cdot \frac{C_1+C_2}{\cancel{C_1} \cdot C_2} \cdot \cancel{L C_1} = \frac{C_1+C_2}{C_2} = \frac{C_1}{C_2} + 1$$

$$\Rightarrow g_m = \frac{1}{R_S}\left(\frac{C_1}{C_2} + 1 - 1\right) = \frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{1}{R_S} \quad \Rightarrow \quad \boxed{g_m = \frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{1}{R_S} = \cdots}$$